

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАНЕЛЬНОГО ФЛАТТЕРА И ИХ КОРРЕЛЯЦИЯ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ИСПЫТАНИЯМИ

В. В. Веденеев<sup>1</sup>, к. ф.-м. н., С. А. Рыжов<sup>2</sup>, к. ф.-м. н.

<sup>1</sup>ООО Научно-Исследовательская Фирма «РуСолв», г. Королёв, Россия

<sup>1</sup>МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup>ООО «Тесис», г. Москва, Россия

## 1. Введение

В работе исследуются динамические характеристики модели, предназначенной для экспериментального изучения одномодового панельного флаттера [1, 2] в аэродинамической трубе. Схема модели представлена на рис. 1. Она состоит из рамы, жёстко закреплённой на стенке трубы, и стальной пластины, приваренной к ней по периметру. Размеры пластины — 300×540×1 мм, для контроля деформаций она препарирована 12 тензодатчиками. Под пластиной находится полость, заполненная воздухом и сообщающаяся с областью потока через перепускные отверстия (для выравнивая давлений в полости и в потоке). Требуется определить собственные частоты и формы колебаний пластины.

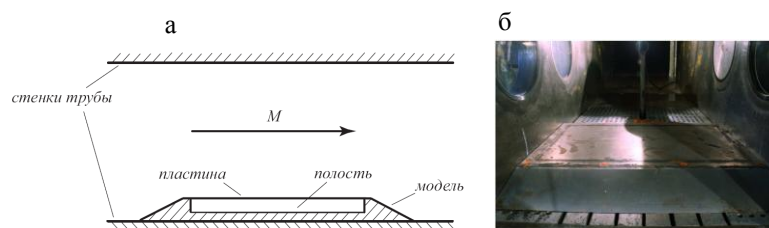


Рис. 1. Схема модели (а); модель в сборе, установленная в аэродинамическую трубу (б).

## 2. Собственные колебания в вакууме

Поставленная задача решалась с помощью конечно-элементного пакета [ABAQUS](#). На рис. 2 показана конечно-элементная модель, рама моделировалась трёхмерными элементами C3D8I, пластина — оболочечными элементами S4. На первом этапе были вычислены собственные частоты и формы колебаний пластины в вакууме, о результатах которого будет сказано ниже.

Для подтверждения динамических характеристик модели был проведён эксперимент по определению собственных частот и форм колебаний: ударом киянки было возбуждено свободное колебание, которое было обработано спектральным преобразованием Фурье (рис. 3). Для идентификации форм колебаний вокруг каждого пика спектра была проведена фильтровка сигнала и проведено обратное преобразование Фурье. Сравнивая далее показания амплитуд колебаний по различным тензодатчикам с результатами расчёта собственных форм, для каждого пика в спектре определяется соответствующая ему форма колебания.

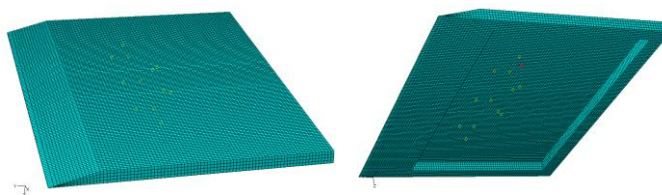


Рис. 2. Конечно-элементная модель.

С точки зрения физического механизма возникновения одномодового флаттера, наиболее важные формы колебаний — (1,1) и (2,1), первое число означает число полуволн в форме прогиба в направлении потока, второе — в перпендикулярном направлении. По форме (1,1) расчёт и экспериментальное значение частоты — 65 и 143 Гц, по форме (2,1) — 167 и 170 Гц соответственно. Таким образом, возник парадоксальный результат: очень хорошее совпадение частоты формы (2,1) и сильное отличие частоты низшей моды.

## 3. Анализ факторов, влияющих на результаты расчёта

Для анализа возникшей ситуации был рассмотрен ряд факторов, неучтённых в конечно-элементной модели, но влияющих на её динамические характеристики:

- Падение температуры пластины при запуске трубы
- Начальные неправильности (отклонение от плоскости)
- Наличие воздуха в полости, работающего как пружина для симметричных форм колебаний
- Различные комбинации приведённых факторов

Учёт изменение температуры пластины проводится стандартными средствами ABAQUS и не представляет сложностей.

Неправильности пластины, вызванные остаточными напряжениями после сварки, были учтены следующим образом. Была создана параметрическая модель пластины с начальной выпукленностью поверхности, позволявшая провести ряд расчётов при различных амплитудах выпукленности (рис. 4).

Наибольший интерес представляет моделирование влияния воздуха в полости.

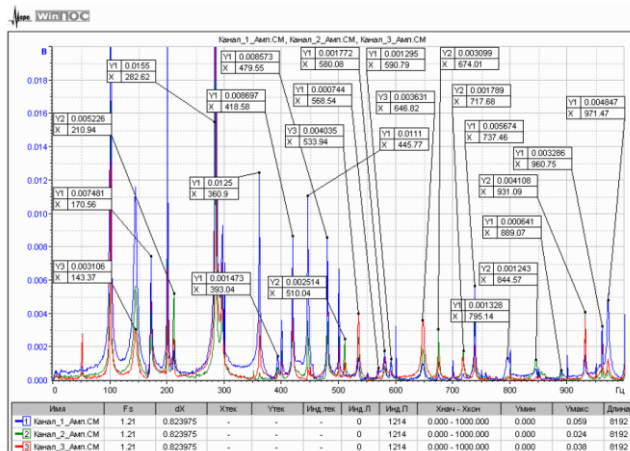


Рис. 3. Спектр свободных колебаний пластины, возбужденных ударом киянки.

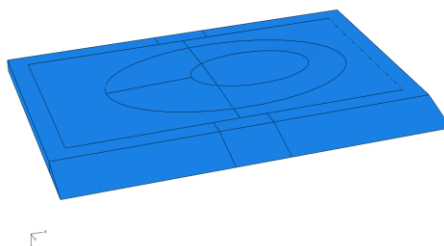


Рис. 4. Геометрическая модель пластины с небольшой начальной выпукленностью.

#### 4. Влияние давления воздуха в полости на колебания

При симметричных формах колебаний происходит периодическое изменение объёма полости, вызывающее изменение давления в ней. Воспользуемся методами газовой динамики для вычисления возмущения давления при колебаниях.

Введём следующие предположения:

1. Воздух является вязким совершенным газом
2. Скорость перемещения точек пластины при колебаниях намного меньше скорости звука в воздухе, т.е.  $\omega \cdot h \ll a$ , здесь  $\omega$  — частота колебаний пластины,  $h$  — амплитуда прогиба,  $a$  — скорость звука в воздухе. Это предположение позволяет в каждый момент времени рассматривать состояние воздуха как квазиустановившееся, имеющее однородное распределение параметров по объёму полости.

Воспользуемся адиабатическим уравнением состояния воздуха

$$p = c\rho^\gamma$$

для вывода соотношения между изменением объёма и давления в полости. Имеем:

$$p_0 = c\rho_0^\gamma = c \left( \frac{M}{V_0} \right)^\gamma$$

$$p_0 + \Delta p = p = c\rho^\gamma = c \left( \frac{M}{V_0 + \Delta V} \right)^\gamma$$

Здесь  $p$  и  $\rho$  — давление и плотность воздуха,  $M$  — его полная масса,  $V$  — объём полости. Преобразуя выражение для возмущённого давления, получаем:

$$p_0 + \Delta p = c \left( \frac{M}{V_0} \right)^\gamma \left( 1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right)^{-\gamma} = c\rho_0^\gamma \left( 1 - \gamma \frac{\Delta V}{V_0} \right) = p_0 - \frac{\gamma p_0}{V_0} \Delta V$$

Таким образом, окончательно получаем искомую связь:

$$\Delta p = -\frac{\gamma p_0}{V_0} \Delta V$$

Далее, выразим изменение объёма через перемещения узлов пластины (см. рис. 5):

$$\Delta V = \sum_{n=1}^N u_n z_n S_n$$

(\*)

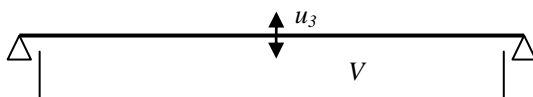


Рис. 5. Схема к формуле (\*).

Здесь  $S_n$  — площадь элемента, примыкающего к  $n$ -му узлу. Предполагая, что используемая сетка однородна, т.е. площади всех элементов равны  $S_n=S/N$ , получаем:

$$\Delta p = -\frac{\gamma p_0 S}{V_0 N} \sum_{n=1}^N u_{n3} \quad (**)$$

Таким образом, задача сведена к тому, чтобы приложить к пластине давление, зависящее от перемещения её узлов согласно формуле (\*\*). Однако, и эта задача не имеет очевидных способов реализации в пакете ABAQUS.

Для её решения применён следующий искусственный приём. Создаётся «фиктивная» упругая пружина, один конец которой закреплён, а перемещение второго конца связано с перемещениями узлов пластины уравнением

$$u_3 = \sum_{n=1}^N u_{n3}$$

Жёсткость пружины при этом задаётся согласно формуле

$$K = \frac{\gamma p_0 S^2}{V_0 N}$$

Тогда воздействие этой фиктивной пружины на пластину в точности совпадает с воздействием на неё воздуха в полости.

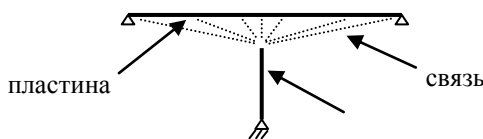


Рис. 6. Схема расположения пластины, пружины и наложенной на них связи.

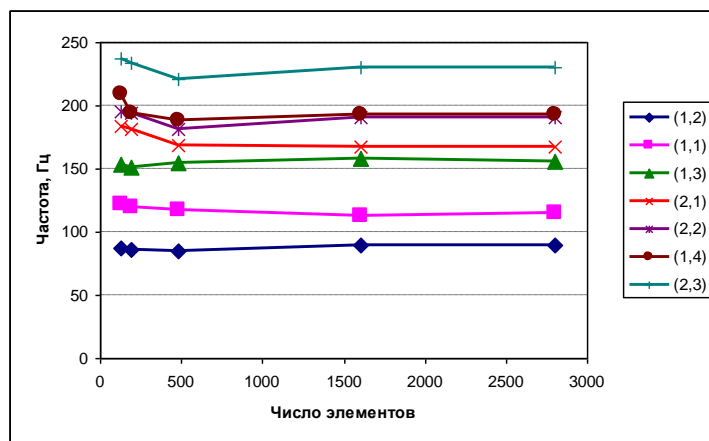


Рис. 7. Зависимость собственных частот от размера элементов.

Для реализации этого метода была написана программа, автоматически генерирующая указанное уравнение (\*equation) во входном файле ABAQUS.

Так как матрица системы уравнений, образующихся при решении задачи о колебаниях пластины с учётом воздуха в полости, не является ленточной, необходимо провести исследование сходимости результата по сетке. На рис. 7 показана зависимость нескольких низших собственных частот от размера элемента, откуда видно, что уже при очень грубой сетке (~50 элементов) результаты вполне приемлемы.

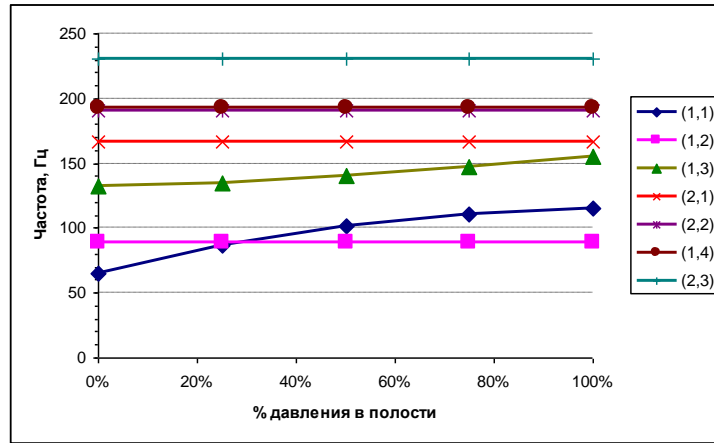


Рис. 8. Зависимость собственных частот от давления в полости.

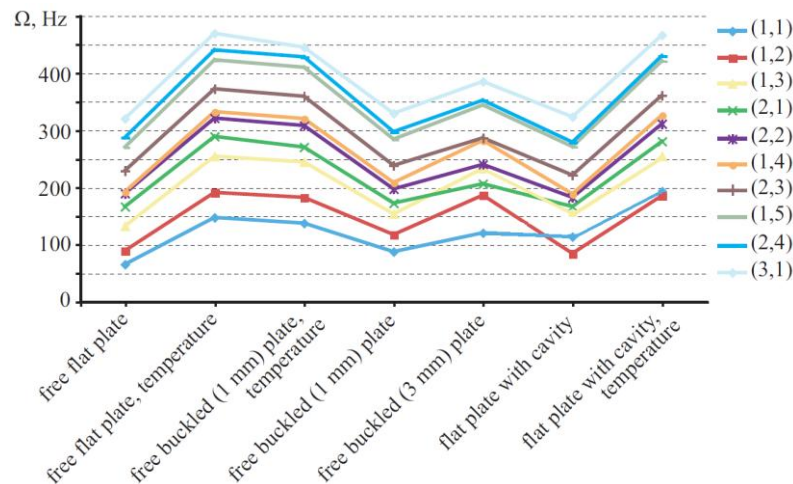


Рис. 9. Собственные частоты пластины при комбинации различных факторов.

На рис. 8 показаны результаты расчётов в зависимости от давления в полости (в процентах от максимального значения). Как видно, низшая частота растёт очень существенно — примерно в 2 раза, или на 60 Гц. Частота моды (1,3) растёт примерно на 40 Гц. Частоты более высоких мод меняются слабо, т.к. они слишком высоки для того, чтобы воздух в полости оказывал на них существенное воздействие. Очевидно, что частоты несимметричных мод, не меняющих объём полости, не должны меняться, это же наблюдается и в расчёте.

Отметим, что при увеличении давления также происходит существенное изменение нижней собственной формы колебаний.

### 5. Результаты расчётов

На рис. 9 показана зависимость собственных частот пластины от комбинации различных факторов — температуры, начальной выпукленности и воздуха в полости. Видно, что ни одна комбинация, не включающая в себя влияние воздуха, не объясняет сильное увеличение частоты (1,1) при сохранении частоты (2,1). Таким образом, влияние воздуха оказывает основное влияние на колебания и объясняет описанное расхождение эксперимента с численным расчётом.

### Выводы

Проанализирована зависимость динамических свойств экспериментальной установки от действия различных факторов. Разработан метод учёта воздуха в полости на динамику собственных колебаний, реализуемый в пакете [ABAQUS](#) без применения CFD пакетов. Установлено, что учёт влияния воздуха позволяет объяснить имевшееся расхождение эксперимента с расчётом.

Метод расчёта собственных колебаний с учётом влияния воздуха может быть доработан и применяться в других задачах, где имеются небольшие зазоры, содержащие воздух, между тонкостенными конструкциями.

### Литература

1. Веденев В.В. Высокочастотный флаттер прямоугольной пластины// Известия РАН. МЖГ. 2006. № 4. С. 173-181.
2. В.В. Веденев. Численное исследование сверхзвукового флаттера пластины с использованием точной аэродинамической теории// Известия РАН. МЖГ. 2009. № 2. С. 169-178.