ТРУБНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ БЕТОННЫХ МАССИВОВ

С.М. Гинзбург, В.С. Онищук

ОАО «ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева», г. Санкт–Петербург, Россия

Постановка задачи

Охлаждение бетонных массивов водой, циркулирующей по заложенным в кладку трубам, широко распространено в плотиностроении. Оно применялось при возведении плотин в США, Австралии, Швейцарии, России и других странах.

Система труб представляет собой ряд горизонтальных змеевиков с шагом 0,75 – 2,0 м. Расстояние между змеевиками по вертикали обычно равно высоте блоков (0,75 – 3,0 м). Диаметр труб преимущественно равен 25-35 мм (0,025-0,035 м).

Отличительной чертой трубного охлаждения является то, что это практически единственный способ, который позволяет регулировать температуру внутри бетонного массива.

Трубное охлаждение проводится в два этапа. На первом этапе, сразу после укладки бетона, необходимо предотвратить резкое повышение температуры бетона вследствие гидратации цемента. Это служит для увеличения температурной трещиностойкости конструкции. Продолжительность первого этапа составляет обычно от 1-2 недель до нескольких месяцев. На втором этапе, когда тепловыделение в бетоне практически заканчивается, основной целью является обеспечение температурного режима, позволяющего омонолитить конструкцию в заданные сроки. Длительность второго этапа – 2 – 3 мес. и более.

Определение температуры бетонного тела при его трубном охлаждении в общей постановке задачи представляется весьма сложным. Поэтому следует договориться о том, что здесь мы будем решать двумерную задачу (в некоторой плоскости поперечного сечения труб) и что внешняя граница рассматриваемой прямоугольной области теплоизолирована. Тогда можно для упрощения разделить область специальным образом (при периодическом расположении труб) на одинаковые ячейки, с одной трубой в каждой. Решив задачу для одной такой ячейки, мы автоматически решим ее и для всех остальных ячеек-близнецов.

Данная статья посвящена моделированию трубного охлаждения. Полученную модель можно будет использовать в программных комплексах, реализующих метод конечных элементов (МКЭ).

Математическая постановка задачи теплопроводности

Пусть $u = u\,(x_1, x_2, x_3;\, t)$ температурное поле, определяемое во всех точках $x = (x_1, x_2, x_3)$ исследуемой пространственной области Ω в момент времени t. По закону Фурье для изотропных тел:

$$\boldsymbol{q} = -\lambda\, \nabla u = -\lambda\, \frac{\partial u}{\partial n}\, \boldsymbol{e}_n,$$

где $\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \frac{\partial u}{\partial x_3}\right)$ – градиент температурного поля, $\frac{\partial u}{\partial n}$ – производная по направлению нормали $\boldsymbol{e}_n$ к изотермической поверхности, λ – коэффициент теплопроводности вещества.

Дифференциальное уравнение теплопроводности для однородного изотропного тела имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\Delta u + f\,(x_1, x_2, x_3;\, t;\, u) \text{ в области } \Omega \text{ (внутри тела) при } t > 0,$$

где $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2}$ – лапласиан температурного поля; $a = {}^{\lambda}/_{\rho c}$ – коэффициент температуропроводности, ρ – плотность, c – удельная теплоемкость вещества; f – мощность внутренних источников тепла, т. е. количество тепла, выделяемое (поглощаемое) внутренними источниками в единице объема тела в единицу времени.

Начальные и граничные условия.

Начальное условие задает тепловое состояние тела в момент времени $t = t_0$ (обычно $t_0 = 0$):

$$u = u_0 \text{ в } \Omega \text{ при } t = 0.$$

Его следует понимать в предельном смысле, т. е.:

$$\lim_{t\to 0} u = u_0 \text{ в } \Omega.$$

Граничное условие 1-го рода (задание температуры на границе тела):

$$u = T \text{ на границе } \Gamma_1 \in \Gamma \text{ при } t > 0,$$

где Γ - граница области Ω.

Граничное условие 2-го рода (задание теплового потока через границу тела):

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} = q \text{ на } \Gamma_2 \in \Gamma \text{ при } t > 0,$$

где $\frac{\partial u}{\partial n}$ – производная температурного поля по направлению внешней нормали к границе Γ_2.

Граничное условие 3-го рода (условие теплообмена тела с внешней средой):

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} + \mu(u - u_c) = q \text{ на } \Gamma_3 \in \Gamma \text{ при } t > 0,$$

где u_c – температура внешней среды, μ – коэффициент теплоотдачи.

Вводя относительный коэффициент теплоотдачи $h = {}^{\mu}/_{\lambda}$, условие 3-го рода можно записать как:

$$\frac{\partial u}{\partial n} + h(u - u_c) = q_0 \text{ на } \Gamma_3 \in \Gamma \text{ при } t > 0.$$

Граничные условия 1-го и 2-го рода представляют собой предельные варианты условия 3-го рода при $h \to \infty$ и при $h \to 0$ соответственно. Поэтому будем считать, что на границе области задаются только условия 3-го рода (для условий 1-го рода надо взять достаточно большой коэффициент теплоотдачи μ).

Граничное условие 3-го рода, так же как и начальное, следует понимать в предельном смысле:

$$\lim_{\substack{x\to p\\ x\in\Omega}}\left[\frac{\partial u}{\partial n}(x;t)+hu(x;t)\right]=q_0(p;t)+hu_c(p;t) \text{ для всех } p\in\Gamma_3 \text{ при } t>0.$$

Функция u - решение задачи теплопроводности - должна быть непрерывна в замыкании $\bar{\Omega}=\Omega\cup\Gamma$ и дважды непрерывно дифференцируема в области Ω (за исключением случаев разрыва коэффициентов задачи) при $t>0$ и непрерывно дифференцируема по времени t.

Математические модели

Рассмотрим фрагмент бетонного блока с одной трубой. Исходная задача теплопроводности (без тепловыделения) для него записывается следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a\Delta u \text{ в области } \Omega\subset\mathbb{R}^2 \text{ при } t>0,$$

$$\lambda\frac{\partial u}{\partial n}+\mu(u-u_c)=q \text{ на контуре трубы } \Gamma_т \text{ при } t>0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}=0 \text{ на внешней границе } \Gamma_0 \text{ при } t>0 \text{ (теплоизоляция)},$$

$$u=u_0=const \text{ в начальный момент времени } t=0.$$

В сравнении с размерами бетонных массивов и межтрубными расстояниями (0,75 – 2,0 м по горизонтали и 0,75 – 3,0 м по вертикали) диаметр труб (0,025 м) мал, поэтому удобно моделировать трубы точками, в случае двумерной задачи теплопроводности, и линиями, в случае трехмерной задачи. Точечная модель труб должна достаточно корректно описывать процесс охлаждения бетона, чтобы ее можно было оправдано применять на практике.

В книге Ш.Н. Плята [2] изложены две точечные модели труб: модель источников тепла и модель источников температуры.

Первая модель. Модель источников температуры

Здесь в центре $x_т$ трубы задается температура $u_т$ на ее границе, полученная из решения исходной задачи (вообще говоря, температура на данном контуре не одинакова в каждой точке, но, учитывая малый диаметр трубы, можно считать температуру постоянной).

$$\frac{\partial w_1}{\partial t}=a\Delta w_1 \text{ в } \Omega^+\backslash\{x_т\},$$

где $\Omega^+=\bar{\Omega}\cup$ отверстие трубы,

$w_1=u_т$ в точке $x_т$ (центре трубы),

$$\frac{\partial w_1}{\partial n}=0 \text{ на } \Gamma_0,\qquad w_1=u_0=const \text{ при } t=0.$$

Вторая модель. Модель источников тепла

В данной модели, чтобы заменить отверстия труб точками, необходимо определить удельную мощность теплового расхода в соответствующую трубу и установить источник тепла этой мощности в центре $x_т$ трубы.

$$Q_т=\int\limits_{\Gamma_т}\lambda\frac{\partial u}{\partial n}\,ds,$$

где $\Gamma_т$ – контур трубы, $\frac{\partial u}{\partial n}$ – производная по нормали к контуру $\Gamma_т$.

С другой стороны в силу граничного условия 3-го рода на $\Gamma_т$

$$Q_т=-\int\limits_{\Gamma_т}\mu\,(u-u_c)\,ds.$$

Таким образом, определив мощность теплового источника $Q_т$, можно поставить следующую задачу:

$$\frac{\partial w_2}{\partial t}=a\Delta w_2+\frac{\delta(x-x_т)}{\rho c}Q_т=a\Delta w_2-\frac{\delta(x-x_т)}{\rho c}\int\limits_{\Gamma_т}\mu\,(u-u_c)\,ds \text{ в } \Omega^+,$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial t}=a\Delta w_2-\frac{2\pi R_0\mu}{\rho c}(u_т-u_c)\delta(x-x_т) \text{ в } \Omega^+,$$

где δ – дельта-функция Дирака.

$$\frac{\partial w_2}{\partial n}=0 \text{ на } \Gamma_0,\qquad w_2=u_0=const \text{ при } t=0.$$

В первой модели (температурный источник), в отличие от второй, не учитывается радиус трубы R_0, поэтому w_1 и w_2 различны. Весьма трудоемким представляется решить аналитически исходную и две модельных задачи. Поэтому будем решать эти задачи численно. Сравнение двух решений w_1, w_2 покажет, какая модель лучше.

Для оценки точности рассматриваемых моделей удобно сравнивать на контуре трубы соответствующие решения (w_1, w_2) с решением u исходной задачи, поскольку именно значения на этом контуре определяют разницу между модельным и точным решением во всей области.

При тепловыделении $f=f(t)$ в бетоне можно провести аналогичные рассуждения для построения точечных моделей. В данной работе мы ограничились задачей без тепловыделения (второй этап трубного охлаждения).

Е. Е. Зазерская в работе [3] показала, что модель источников тепла дает лучшее численное решение, чем модель температурных источников на одной и той же сетке МКЭ. Кроме того, для получения более точных решений на основе температурных источников требуется сильно уменьшать шаг сетки.

Предложенный метод моделирования труб точечными источниками предполагает разделение решения задачи на два этапа: сначала решается исходная задача теплопроводности (с трубами), затем из ее решения определяются характеристики точечных источников, эквивалентных этими трубам, а на втором этапе решается связная задача термоупругости с точечными источниками вместо труб.

Результаты

Рассмотрим следующую задачу:

Расчетная область Ω – бетонный блок 1×1 м с отверстием радиуса $R_0 = 0.012$ м в центре.

$\rho c = 588 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^3} \cdot ^\circ\text{C}$ (объемная теплоемкость бетонной смеси),

$\lambda = 2.48$ ккал /м · ч · °C (теплопроводность бетонной смеси),

$\mu = 2000 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2} \cdot \text{ч} \cdot ^\circ\text{C}$ (коэффициент теплообмена на контуре трубы),

$u_c = 0^\circ\text{C}$ (температура воды в трубе),

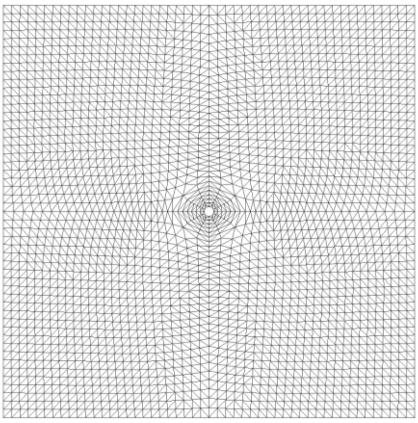
$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} = q = 0 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2} \cdot \text{ч}$ (теплоизоляция на внешней границе),

$u_0 = 10^\circ\text{C}$ (начальная температура бетонной смеси),

$f = 0$ (отсутствие тепловыделения в бетоне).

Данная задача решалась средствами программы SIMULIA Abaqus.

На рис. 1 представлена расчетная область с сеткой в случае непосредственного задания труб. На рис. 2 изображена расчетная область с сеткой для случаев температурного и теплового источников. Рис. 3 показывает поведение температурного поля в некоторой точке на контуре трубы для всех трех моделей. Рис. 4-7 отражают распределение температурного поля между трубами в различные моменты времени.



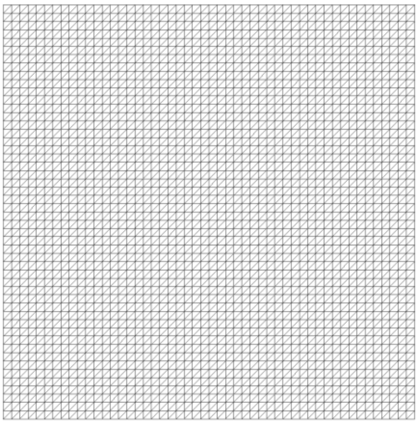


Рис. 1. Рис. 2. Шаг сетки составляет 0.02 м

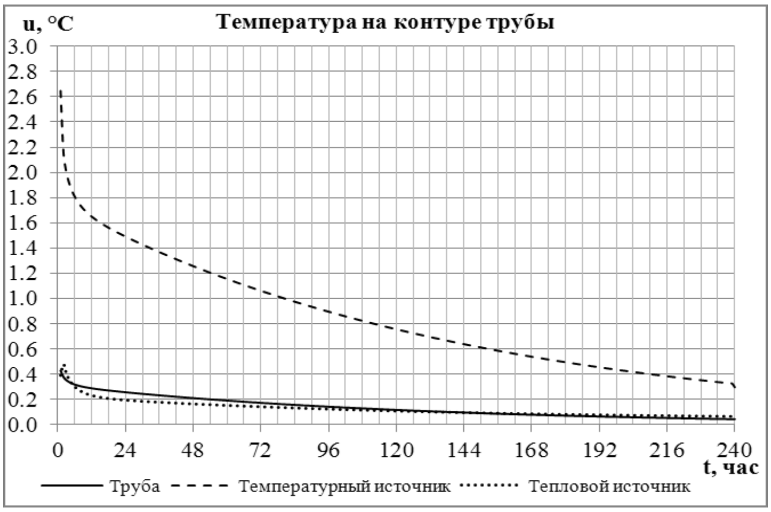


Рис. 3.

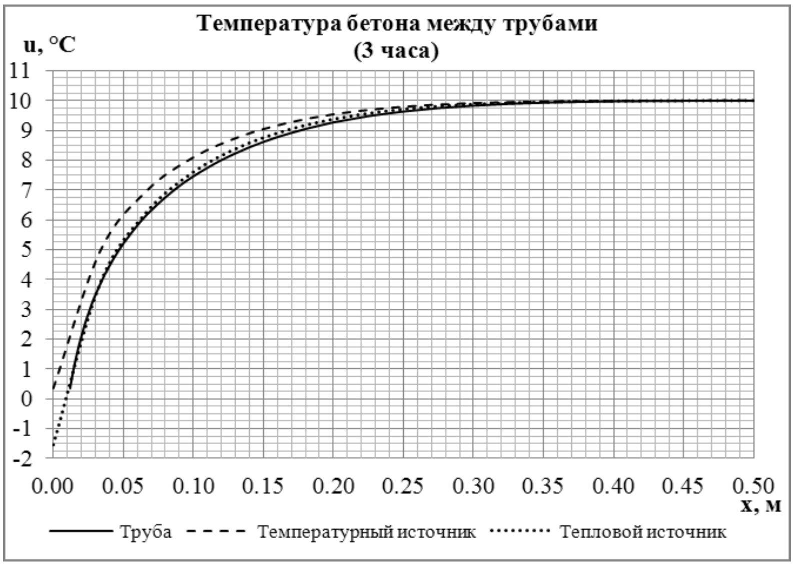


Рис. 4.

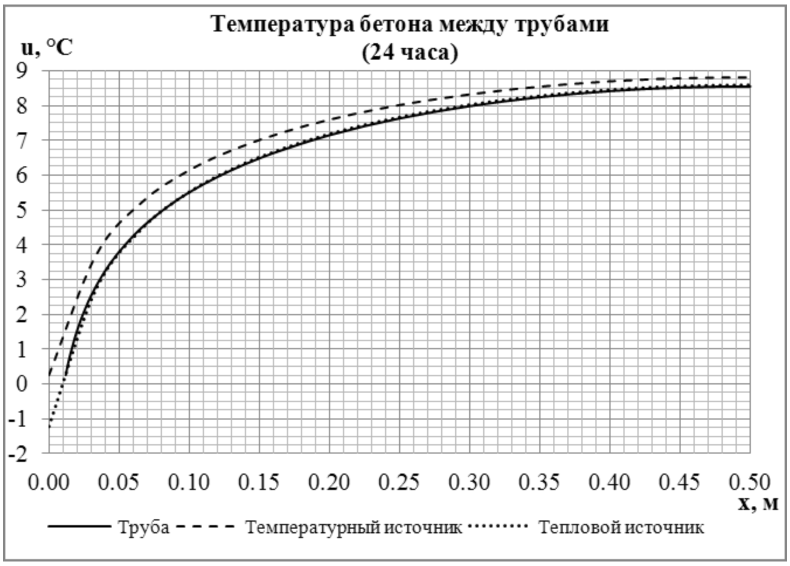


Рис. 5.

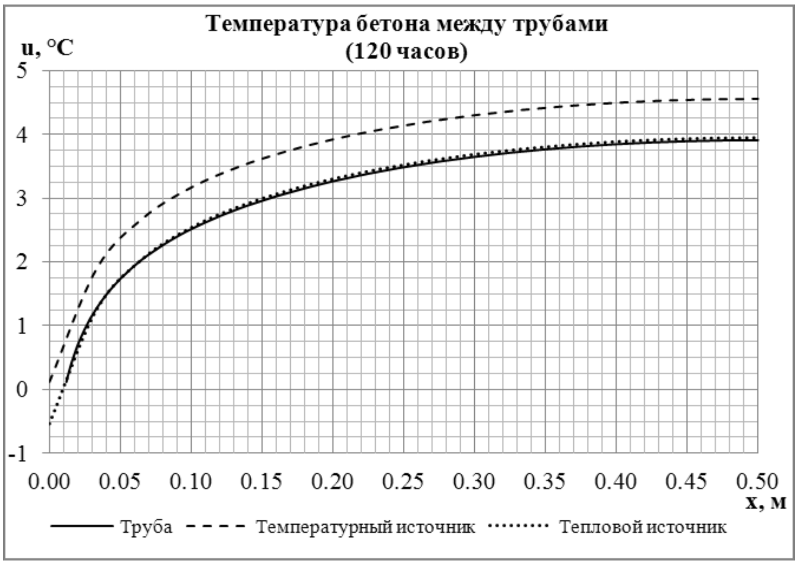


Рис. 6.

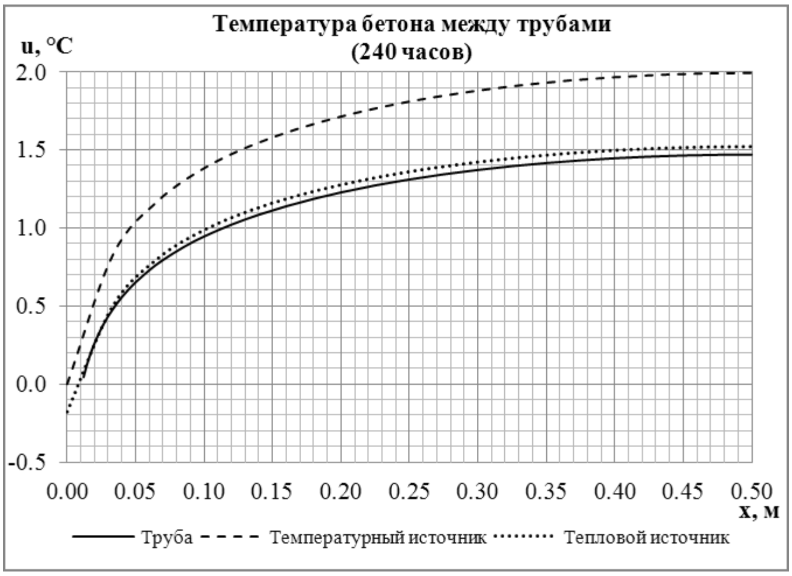


Рис. 7.

Выводы

- С помощью программы SIMULIA Abaqus можно решать задачи теплопроводности и термоупругости с учетом трубного охлаждения.
- В данной работе рассмотрено три способа учета трубного охлаждения. В первом способе трубы моделируются системой отверстий с заданными на них граничными условиями, второй – моделирование труб температурными источниками, третий – тепловыми источниками. Сравнение температурных полей, полученных этими тремя способами, показывает, что наиболее предпочтительной моделью труб является модель источников тепла, для которой относительная ошибка составляет величину порядка 10-3 °C уже в первые расчетные сутки. Такая погрешность допустима для инженерных оценок при определении параметров бетонирования плотин.
- Преимуществом точечных источников при учете трубного охлаждения является то, что к сетке в окрестности труб не предъявляются дополнительные требования.
- Чем больше размерность задачи и чем сложнее геометрия расчетной области, тем более эффективен данный метод.
- Метод точечных источников также эффективен в задачах с тепловыделением, т.е. в условиях первого этапа трубного охлаждения.

Список литературы

1. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967, с. 115–141.
2. Плят Ш. Н. Расчеты температурных полей бетонных гидросооружений. – М.: Энергия, 1974, с. 309–333.
3. Зазерская Е. Е. и др. Усовершенствование способа расчета температурного режима наращиваемого бетонного массива с трубным охлаждением. – Известия ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева. Сборник научных трудов, т. 151, 1981, с. 60–65.
4. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 2001.