

РЕШЕНИЕ СВЯЗАННЫХ ЗАДАЧ КОНТИНУАЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ ТЕРМО- И ПОРОУПРУГИХ СРЕД В [SIMULIA ABAQUS](#)

Извеков О.Я. к.ф.-м.н., Крупеник А.М.

Московский физико-технический институт, г.Долгопрудный, Россия

Теория континуального разрушения (теория поврежденности) дает феноменологическое описание эволюции рассеянных дефектов – микротрещин, число которых в любом элементарном объеме предполагается весьма большим, что позволяет описывать этот процесс с помощью осредненного параметра – поврежденности. Этот подход, предложенный в середине двадцатого века [1, 2], в последнее десятилетие был разработан в духе рациональной механики сплошных сред и приобрел строгую форму, в которой поврежденность выступает в качестве дополнительного термодинамического параметра [3]. В последние годы эта модель была обобщена на случай насыщенной пористой среды с повреждаемым скелетом [4].

Формулировка модели

Насыщенная пористая среда моделируется суперпозицией континуумов (скелет – твердый, флюид – жидкий), взаимодействующих посредством массовых сил трения. Далее рассматривается линейное приближение. Стандартные уравнения механики насыщенной пористой среды [5, 6] должны быть дополнены термодинамически согласованными определяющими соотношениями, характеризующими конкретные свойства скелета и флюида:

$$u = u(\mathbf{e}, \theta, p, \omega), \quad \boldsymbol{\sigma} = \rho \partial u / \partial \mathbf{e}, \quad \eta = \partial u / \partial \theta, \quad \phi = -\rho \partial u / \partial p \quad (1)$$

$$u_f = u_f(\Delta \rho, \theta), \quad p = \rho_f^2 \partial u_f / \partial \rho_f, \quad \eta_f = \partial u_f / \partial \theta$$

где $u(\mathbf{e}, \theta, p, \omega) = u_e(\mathbf{e}, \theta, p, \omega) + u_\omega(\omega)$ – сумма упругого потенциала и поверхностной энергии микротрещин, u_f – потенциал флюида, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, \mathbf{e} – тензор малых деформаций, η , η_f – удельная энтропия скелета и флюида, ρ , ρ_f – плотность скелета и флюида, ϕ – пористость среды, p – поровое давление, θ – температура, $\omega = \omega(x, y, z)$ – параметр поврежденности, для которого необходимо формулировать кинетическое уравнение.

В рассматриваемой модели принимается следующий вид кинетического уравнения, который обеспечивает выполнение неравенства диссипации для всех процессов:

$$d\omega/dt = -\frac{1}{\tau\beta} \langle \partial u(\mathbf{e}, \theta, \omega, p) / \partial \omega \rangle, \quad \text{где } \langle x \rangle = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}, \quad (2)$$

которое означает, что скорость накопления поврежденности определяется балансом работы, которую нужно затратить на образование новых поверхностей, и освобождающейся при этом упругой энергии. Если упругой энергии выделяется больше, чем необходимо затратить на появление новых микротрещин, то ω будет накапливаться. В некотором смысле этот критерий аналогичен критерию распространения изолированной трещины в теории Гриффитса. Параметр τ – время релаксации.

Упругий потенциал скелета в линейном приближении, представляющий собой квадратичное разложение в ряд Тейлора относительно начального состояния по малым параметрам, имеет достаточно громоздкий вид и здесь не приводится. Поверхностная энергия микротрещин берется в виде $u_\omega(\omega) = \gamma\omega + 1/2 \beta\omega^2$, где γ и β – положительные константы.

Из уравнения (2) следует наличие порогового состояния материала, при котором начинает накапливаться поврежденность. Условия $\dot{\omega} > 0$ и $\omega = 0$ дают

$$\partial u(\mathbf{e}, \theta, \omega, p) / \partial \omega > 0 \quad (3)$$

В изотропном случае на полуплоскости инвариантов тензора малых деформаций это условие определяет область, где деформирование материала сопровождается развитием поврежденности, и область чисто упругого поведения. Положение границ области зависит от температуры и порового давления.

Движение флюида в пористой среде в линейном приближении подчиняется закону Дарси $\mathbf{W} = -(k/\mu)\nabla p$, где вектор фильтрации \mathbf{W} равен относительной скорости флюида и скелета, умноженной на пористость, k – проницаемость, μ – вязкость.

При попытке реализации модели в пакете Simulia/ABAQUS 6.9. было обнаружено, что с помощью пользовательских подпрограмм, можно моделировать только связанные задачи теплопроводности и деформирования. Принципиально невозможна реализация двух процессов переноса одновременно (фильтрация и теплопроводность), однако, воспользовавшись известной аналогией между температурой и поровым давлением, можно решать так же связанные задачи деформирования и фильтрации флюида.

Теплопроводность	Пьезопроводность
θ – температура	p – поровое давление
$\vec{q} = -\lambda \nabla \theta$ – поток тепла	$\mathbf{W} = -(k/\mu)\nabla p$ – вектор фильтрации,
уравнение энергии	уравнение неразрывности
α_θ коэффициент термического расширения	b коэффициент Био

σ_s напряжения в твердом теле	$\sigma = \sigma_s + \sigma_f$ сумма напряжений в твердом теле и флюиде
Уравнение теплопроводности $\nabla \cdot (\kappa_\theta \nabla \theta) = \frac{\partial \theta}{\partial t}$, κ_θ - коэффициент теплопроводности	Уравнение пьезопроводности $\nabla \cdot (\kappa_p \nabla p) = \frac{\partial p}{\partial t}$, κ_p - коэффициент пьезопроводности

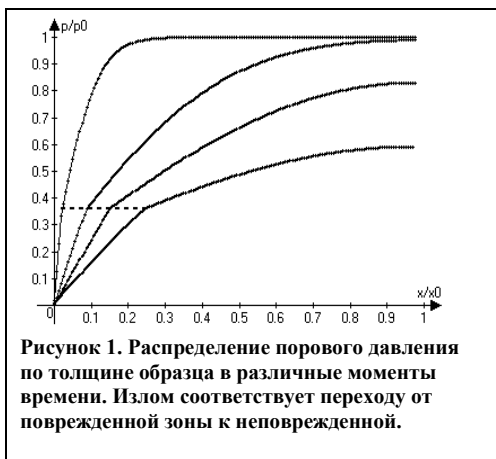
Таким образом, с помощью пересчета констант можно решать либо задачи поведения термоупругого либо пороупругого материала. Эта идея была реализована с помощью пользовательских подпрограмм UMAT и UMATHT [7].

Алгоритм расчета выглядит следующим образом:

В подпрограмму UMAT на определенном шаге по времени в качестве входных данных подаются значения напряжений, деформаций, температуры и пользовательских переменных – в нашем случае поврежденности. В процессе выполнения подпрограммы обновляются напряжения, деформации и поврежденность. Полученное значение поврежденности подается на вход подпрограммы UMATHT, в результате выполнения которой на новом шаге по времени обновляются коэффициент теплопроводности, зависящий от поврежденности и температура. Полученная температура подается на вход подпрограммы UMAT, и все циклически повторяется.

Консолидация пористого повреждающегося слоя

Рассматривается полупространство, заполненное пористым насыщенным материалом. К границе материала приложена постоянная равномерно распределенная нагрузка. В момент времени $t=0$ граница открыта, т.е. $p=0$, в остальном материале поровое давление постоянно $p=p_0$. Температура во всем объеме материала постоянна. С течением времени флюид начинает вытекать с границы материала, а в области возле границы резко сбрасывается поровое давление. Это ведет к развитию поврежденности материала в этой области, что в свою очередь влияет на величину коэффициента переноса в поврежденной зоне. Это взаимное влияние процессов фильтрации и накопления поврежденности ведет к установлению характерных профилей давления по толщине материала в разные моменты времени. Для расчетов использовался расчетный модуль ABAQUS/Standard и одновременное использование подпрограмм UMAT и UMATHT.



Для расчетов использовался расчетный модуль ABAQUS/Standard и одновременное использование подпрограмм UMAT и UMATHT.

Вдавливание холодного штампа в образец

Далее рассмотрим связанную задачу теплопроводности и накопления поврежденности. В равномерно нагретое до температуры $\theta=\theta_0$ полупространство вдавливается холодный прямоугольный штамп с закругленными углами. Теплообмен с остальным пространством не происходит. В начальный момент времени к штампу сверху приложена нагрузка σ_0 , которая привела к образованию небольших поврежденных зон вследствие наличия концентраторов напряжений. Далее, с течением времени, полупространство начинает охлаждаться от штампа, что приводит к росту зоны поврежденности. Картина развития поврежденности и распределение температуры в соответствующие моменты времени представлены на рисунках:

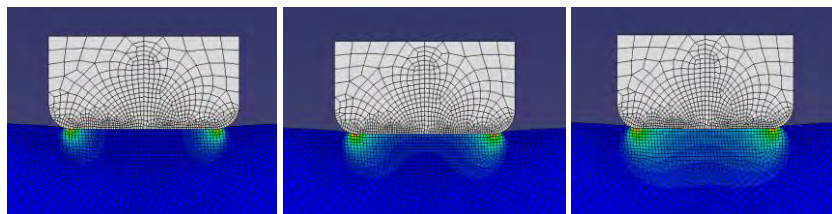


Рисунок 2. Рост зоны поврежденности с течением времени

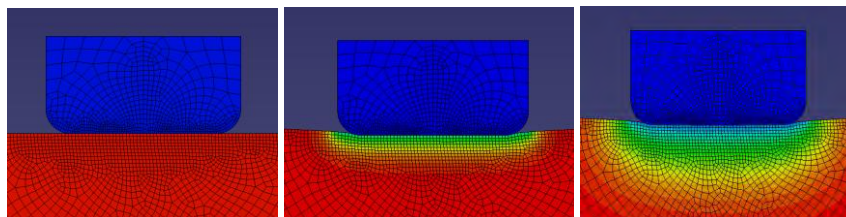


Рисунок 3. Изменение распределения тепла с течением времени.

Выводы

Рассмотренная модель континуального разрушения была реализована в Simulia/ABAQUS 6.9 с учетом процессов переноса для одного флюида. Выявлены ограничения применения пользовательских подпрограмм для решения задач континуального разрушения с учетом неизотермической фильтрации.

Работа выполнена при поддержке программы МКР ИТО, программы РНПВШ и РФФИ (проект 09-05-00542-а).

Литература

1. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. – 1958. – С. 26 – 31.
2. Работнов Ю.Н. Механизм длительного разрушения // Сб. "Вопросы прочности материалов и конструкций". – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – С. 5 – 7.
3. Кондауров В.И., Фортгов В.Е. Основы термомеханики конденсированных сред. – М.: МФТИ, 2002. – 336 с.
4. Извеков О.Я., Кондауров В.И. Модель пористой среды с упругим трещиноватым скелетом. // Известия РАН. Физика Земли, – 2009. – №4. – С. 31 – 42.
5. Coussy O. Poromechanics. Wiley, New York. 2004.
6. Кондауров В.И. Механика и термодинамика насыщенной пористой среды.– М.: МФТИ, 2007. – 310 с
7. Abaqus User Subroutines Reference Manual